Travaux dirigés 10 :

Corrigé

Exercice 1 : La trompette

1. L'onde se propage dans le sens des x positifs donc :

$$P_i\,(x,t) = P_0\cos(\omega t - kx + \phi_i)$$

2. Cette onde se propage dans le sens contraire :

$$P_r\,(x,t) = P_0\cos(\omega t + kx + \phi_r)$$

3. Si les deux ondes se superposent on obtient :

$$P_{tot}\,(x,t) = P_i\,(x,t) + P_r\,(x,t)$$

$$P_{tot}\,(x,t) = P_0\cos(\omega t - kx + \phi_i) + P_0\cos(\omega t + kx + \phi_r)$$

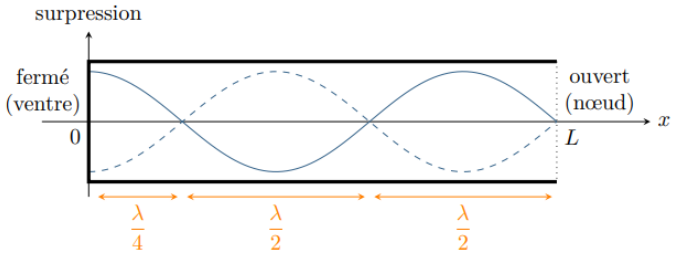
$$P_{tot}\,(x,t) = 2P_0\cos\left(\omega t + \frac{\phi_i + \phi_r}{2}\right)\cos\left(kx + \frac{\phi_i - \phi_r}{2}\right)$$

$$P_{tot}\,(x,t) = 2A\cos(\omega t + \phi_+)\cos(kx + \phi_-)$$

$$Avec : \quad \phi_- = -\frac{\phi_i - \phi_r}{2} \; et \; \phi_+ = \frac{\phi_i + \phi_r}{2}$$

C'est une onde stationnaire.

4.



$$L = \frac{\lambda_n}{4} + n\frac{\lambda_n}{2}$$

Pour n = 0 on a :

$$L = \frac{\lambda_n}{4} = \frac{c}{4f_0}$$

$$f_0 = \frac{c}{4L} = 61Hz$$

5. L'amplitude de l'onde est :

$$P_{tot}\,(x,t) = 2A\cos(\omega t + \phi_+)\cos(kx + \phi_-)$$

Et son amplitude locale, à un temps donné est :

$$P_{tot}\,(x,t) = 2A\cos(kx + \phi_-)$$

Un ventre se trouve au niveau de l'embouchure donc l'amplitude est maximale :

$$\cos(k \times 0 + \phi_-) = \pm 1$$

$$\phi_{-} = n\pi$$

6. Un nœud de vibration se trouve au niveau du pavillon donc l'amplitude est nulle :

$$\cos(kL) = 0$$
$$kL = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

7. On en déduit que :

$$L = \frac{\pi}{2k} + \frac{n\pi}{k}$$

Et comme $\omega = kc\ donc\ k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda}$ alors :

$$L = \frac{\lambda_n}{4} + n\frac{\lambda_n}{2}$$

Exercice 2 : Instrument mystère

Les harmoniques sont : f_1=1310 Hz, f_2=1834Hz et f_3=2358 Hz.

Les écarts entre les harmoniques valent : 524Hz et 524Hz : c'est le même écart.

Les deux cas possibles sont :

Tuyau ouvert à une extrémité	Tuyau ouvert aux des extrémités
$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{(2n-1)c}{2L}$ $f_n = (2n-1)f_1$	$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{nc}{2L}$ $f_n = nf_0$

Dans le cas où le tuyau est ouvert aux deux extrémités on devrait avoir le fondamental qui vaut 524Hz puisque c'est l'écart entre deux harmoniques successifs. Or ce n'est pas le cas. Vérifions que l'autre solution soit la bonne :

Si l'écart vaut $2f_0$ entre deux harmoniques successives alors $f_0 = \frac{524}{2} = 262\ Hz$.

Vérifions que cela soit possible :

$$f_2 = (4-1)f_1 = 3 * 262 = 786\ Hz$$
$$f_3 = (6-1)f_1 = 5 * 262 = 1310\ \text{Hz}$$
$$f_4 = (8-1)f_1 = 7 * 262 = 1834\ \text{Hz}$$
$$f_5 = (10-1)f_1 = 9 * 262 = 2358\ \text{Hz}$$

2. Sa longueur vaut :

$$f_1 = \frac{(2-1)c}{2L}$$
$$L = \frac{c}{2f_1} = \frac{340}{2 \times 262} = 0{,}65m = 65cm$$